

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Kajian Teori

2.1.1 Masalah Matematika

Setiap persoalan yang dihadapi dalam kehidupan sehari-hari tidak dapat sepenuhnya dikatakan masalah. Menurut Newell dan Simon, sebagaimana dikutip oleh Darminto (2010: 24), masalah adalah suatu situasi dimana individu ingin melakukan sesuatu tetapi tidak tahu cara atau tindakan yang diperlukan untuk memperoleh apa yang dia inginkan. Hudojo, sebagaimana dikutip oleh Yuwono (2010: 35), menyatakan bahwa sesuatu disebut masalah bagi siswa jika: (1) pertanyaan yang dihadapkan kepada peserta didik harus dapat dimengerti oleh peserta didik tersebut, namun pertanyaan itu harus merupakan tantangan baginya untuk menjawab, dan (2) pertanyaan tersebut tidak dapat dijawab dengan prosedur rutin yang telah diketahui peserta didik.

Menurut Saad & Ghani (2008: 119), masalah matematika didefinisikan sebagai situasi yang memiliki tujuan yang jelas tetapi berhadapan dengan halangan akibat kurangnya algoritma yang diketahui untuk menguraikannya agar memperoleh sebuah solusi. Sementara itu, Polya (1973: 154-155) menjelaskan masalah matematika dalam dua jenis, yaitu masalah mencari (*problem to find*) dan masalah membuktikan (*problem to prove*). Masalah mencari yaitu masalah yang bertujuan untuk mencari, menentukan, atau mendapatkan nilai objek tertentu yang tidak diketahui dalam soal dan memberi kondisi yang sesuai. Sedangkan masalah

membuktikan yaitu masalah dengan suatu prosedur untuk menentukan suatu pernyataan benar atau tidak benar.

Berdasarkan pengertian mengenai masalah dan masalah matematika di atas dapat disimpulkan bahwa masalah matematika merupakan merupakan situasi yang terhalang karena belum diberikannya algoritma dalam mencari solusi yang dicari oleh guru kepada siswa. Ada dua jenis masalah matematika, yaitu masalah yang bertujuan untuk mencari nilai yang dicari dan masalah yang bertujuan untuk membuktikan suatu pernyataan dalam matematika benar atau tidak benar.

2.1.2 Pemecahan Masalah Matematika

Masalah bagi seseorang belum tentu menjadi masalah bagi orang lain. Hal ini dikarenakan adanya kemungkinan bahwa orang lain tersebut pernah mendapati dan memecahkan masalah seperti seseorang tersebut. Suatu masalah yang datang pada seseorang mengakibatkan orang tersebut agar setidaknya berusaha untuk menyelesaikan masalah yang sedang dihadapinya. Sehingga dia harus menggunakan berbagai cara seperti berpikir, mencoba, dan bertanya untuk menyelesaikan masalahnya tersebut Bahkan dalam hal ini, proses menyelesaikan masalah antara satu orang dengan orang yang lain kemungkinan berbeda.

Menurut Saad & Ghani (2008: 120), pemecahan masalah adalah suatu proses terencana yang perlu dilaksanakan agar memperoleh penyelesaian tertentu dari sebuah masalah yang mungkin tidak didapat dengan segera. Polya (1973: 3) mendefinisikan bahwa pemecahan masalah sebagai usaha mencari jalan keluar dari suatu kesulitan. Menurut Goldstein dan Levin sebagaimana dikutip oleh Rosdiana &

Misu (2013: 2), pemecahan masalah telah didefinisikan sebagai proses kognitif tingkat tinggi yang memerlukan modulasi dan kontrol lebih dari keterampilan rutin atau dasar.

Branca, sebagaimana dikutip oleh Syaiful (2012: 37), mengungkapkan bahwa (1) kemampuan pemecahan masalah merupakan tujuan umum pengajaran matematika, bahkan sebagai jantungnya matematika; (2) pemecahan masalah meliputi metode, prosedur, dan strategi merupakan proses inti dan utama dalam kurikulum matematika; dan (3) pemecahan masalah merupakan kemampuan dasar dalam belajar matematika.

Pada saat memecahkan masalah matematika, siswa dihadapkan dengan beberapa tantangan seperti kesulitan dalam memahami soal. Hal ini disebabkan karena masalah yang dihadapi bukanlah masalah yang pernah dihadapi siswa sebelumnya. Ada beberapa tahap pemecahan masalah yang dikenalkan oleh para matematikawan dan para pengajar matematika seperti tahap pemecahan masalah menurut Polya, Krulik dan Rudnick, serta Dewey. Schoenfeld, sebagaimana dikutip oleh Ellison (2009: 17) menyatakan bahwa bukanlah sebuah pengajaran mengenai strategi yang dapat menyebabkan perbedaan dalam memecahkan masalah, lebih dari itu, mempraktikkan penyelesaian masalahlah yang kemudian menjadikan sebuah perbedaan. Menurut Saad & Ghani (2008: 120), siswa perlu melakukan beberapa hal seperti menerima tantangan dari masalah, merencanakan strategi penyelesaian masalah, menerapkan strategi, dan menguji kembali solusi yang diperoleh.

Menurut Matlin, sebagaimana dikutip oleh Herlambang (2013: 17), pemecahan masalah dibutuhkan bilamana kita ingin mencapai tujuan tertentu tetapi

cara penyelesaiannya tidak jelas. Dengan kata lain bila seorang siswa dilatih untuk menyelesaikan masalah, maka siswa itu menjadi mempunyai keterampilan tentang bagaimana mengumpulkan informasi yang relevan, menganalisis informasi dan menyadari betapa perlunya meneliti kembali hasil yang diperolehnya.

Berdasarkan beberapa pengertian di atas, dapat disimpulkan bahwa pemecahan masalah dalam matematika adalah suatu aktivitas untuk mencari penyelesaian dari masalah matematika yang dihadapi dengan menggunakan semua bekal pengetahuan matematika yang dimiliki.

2.1.3 Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika

Kesumawati (Chotimah, 2014) menyatakan kemampuan pemecahan masalah matematis adalah kemampuan mengidentifikasi unsur-unsur yang diketahui, ditanyakan, dan kecukupan unsur yang diperlukan, mampu membuat atau menyusun model matematika, dapat memilih dan mengembangkan strategi pemecahan, mampu menjelaskan dan memeriksa kebenaran jawaban yang diperoleh.

Menurut Polya (Wardhani, 2010) terdapat empat aspek kemampuan memecahkan masalah sebagai berikut:

1) Memahami masalah

Pada aspek memahami masalah melibatkan pendalaman situasi masalah, melakukan pemilahan fakta-fakta, menentukan hubungan diantara fakta-fakta dan membuat formulasi pertanyaan masalah. Setiap masalah yang tertulis, bahkan yang paling mudah sekalipun harus dibaca berulang kali dan informasi yang terdapat dalam masalah dipelajari dengan seksama.

2) Membuat rencana pemecahan masalah

Rencana solusi dibangun dengan mempertimbangkan struktur masalah dan pertanyaan yang harus dijawab. Dalam proses pembelajaran pemecahan masalah, siswa dikondisikan untuk memiliki pengalaman menerapkan berbagai macam strategi pemecahan masalah.

3) Melaksanakan rencana pemecahan masalah

Untuk mencari solusi yang tepat, rencana yang sudah dibuat harus dilaksanakan dengan hati-hati. Diagram, tabel atau urutan dibangun secara seksama sehingga si pemecah masalah tidak akan bingung. Jika muncul ketidakkonsistenan ketika melaksanakan rencana, proses harus ditelaah ulang untuk mencari sumber kesulitan masalah.

4) Melihat (mengecek) kembali

Selama melakukan pengecekan, solusi masalah harus dipertimbangkan. Solusi harus tetap cocok terhadap akar masalah meskipun kelihatan tidak beralasan.

Sedangkan kemampuan memecahkan masalah menurut BSNP (2006) yakni meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model, dan menafsirkan solusi yang diperoleh. respon siswa pada pembelajaran matematika dengan model pembelajaran generatif

Menurut Kesumawati (Chotimah, 2014) indikator kemampuan pemecahan masalah matematis adalah sebagai berikut:

- 1) Menunjukkan pemahaman masalah, meliputi kemampuan mengidentifikasi unsur-unsur yang diketahui, ditanyakan, dan kecukupan unsur yang diperlukan.

- 2) Mampu membuat atau menyusun model matematika, meliputi kemampuan merumuskan masalah situasi sehari-hari dalam matematika.
- 3) Memilih dan mengembangkan strategi pemecahan masalah, meliputi kemampuan memunculkan berbagai kemungkinan atau alternatif cara penyelesaian rumus-rumus atau pengetahuan mana yang dapat digunakan dalam pemecahan masalah tersebut.
- 4) Mampu menjelaskan dan memeriksa kebenaran jawaban yang diperoleh, meliputi kemampuan mengidentifikasi kesalahan-kesalahan perhitungan, kesalahan penggunaan rumus, memeriksa kecocokan antara yang telah ditemukan dengan apa yang ditanyakan, dan dapat menjelaskan kebenaran jawaban tersebut.

Jadi dapat disimpulkan bahwa, kemampuan pemecahan masalah adalah kemampuan yang diperoleh peserta didik setelah melalui kegiatan belajar baik dipengaruhi diri sendiri maupun lingkungan yang dapat dilihat dengan menggunakan tes setelah pembelajaran usai. Cara mengukur kemampuan pemecahan masalah matematika peserta didik dilihat dari, peserta didik mampu memahami masalah, kemampuan merencanakan cara penyelesaian, kemampuan melaksanakan rencana, serta mengecek kembali hasil yang telah dikerjakan.

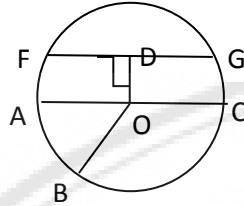
2.1.4 Materi Lingkaran

Kompetensi Dasar :

1) Mengidentifikasi unsur, keliling dan luas lingkaran

a. Unsur-Unsur Lingkaran

Lingkaran adalah tempat kedudukan titik-titik yang berjarak sama terhadap satu titik tetap yang disebut titik pusat lingkaran.



Gambar 2.1

Unsur-unsur yang terdapat dalam lingkaran adalah:

- Titik O disebut pusat lingkaran.
- Garis OA , OB , dan OC disebut jari-jari.
- Garis lurus AC yang melalui pusat O disebut *garis tengah* atau *diameter*.
- Garis lurus FG disebut *tali busur*.
- Garis lengkung AB dan FG disebut *busur*.
- Daerah yang dibatasi oleh dua jari-jari misalnya OA , OB dan busur AB disebut *juring* atau *sektor*.
- Daerah yang dibatasi oleh tali busur FG dan busur FG disebut *tembereng*.
- Garis OD yang tegak lurus tali busur FG disebut *apotema*.

b. Keliling dan Luas Lingkaran

1. Rumus keliling lingkaran

$$K = 2\pi r \text{ atau } K = \pi d$$

K = keliling lingkaran

r = jari-jari

d = diameter (garis tengah)

$$\pi = \frac{22}{7} \text{ atau } 3,14 \text{ (merupakan nilai pendekatan)}$$

2. Rumus luas lingkaran

$$L = \pi r^2 \text{ atau } L = \frac{1}{4} \pi d^2$$

L = luas lingkaran

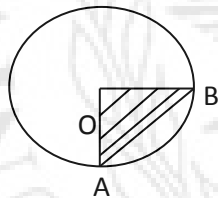
r= jari-jari

d= diameter (garis tengah)

$$\pi = \frac{22}{7} \text{ atau } 3,14 \text{ (merupakan nilai pendekatan)}$$

2) Menentukan hubungan sudut pusat, panjang busur dan luas juring

Perbandingan sudut pusat, panjang busur, dan luas juring:



Gambar 2.2

$$\frac{\text{Besar} \angle AOB}{360^\circ} = \frac{\text{Luas juring OAB}}{\text{Luas lingkaran}} = \frac{(\text{Panjang busur AB})}{\text{Keliling lingkaran}}$$

atau

$$\text{Luas juring OAB} = \frac{\text{Besar} \angle AOB}{360^\circ} \times \text{luas lingkaran}$$

$$\text{Panjang busur AB} = \frac{\text{Besar} \angle AOB}{360^\circ} \times \text{keliling lingkaran}$$

2.1.5 Teori APOS

APOS merupakan akronim dari *Action-Process-Object-Schema*. Apos merupakan suatu teori yang dikembangkan oleh Dubinsky dengan mengadopsi teori Piaget tentang abstraksi reflektif. Teori APOS hadir sebagai upaya untuk memahami mekanisme abstraksi reflektif untuk menggambarkan perkembangan berfikir logis anak, dan memperluas ide ini untuk konsep-konsep matematika. Arnawa (2009:664) APOS mengasumsikan bahwa pengetahuan matematika yang dimiliki oleh seseorang merupakan hasil interaksi dengan orang lain dan hasil konstruksi-konstruksi mental orang tersebut dalam memahami ide matematika. Konstruksi-konstruksi mental tersebut adalah aksi (*action*), proses (*process*), objek (*object*), dan skema (*schema*). Menurut Dubinsky (2000), pengetahuan matematika seorang individu adalah suatu kecenderungan individu tersebut untuk merespon dan memahami situasi permasalahan matematika dengan melakukan refleksi dalam konteks sosial dan mengkonstruksi kembali aksi, proses, dan objek matematika serta mengaplikasikannya dalam skema untuk memahami situasi dan memecahkan masalah. Menurut Suryadi (2005), seorang anak dapat mengkonstruksi konsep matematika dengan baik apabila anak tersebut mengalami aksi, proses, objek, dan skema.

Baker, dkk (2000) menyebutkan tentang kerangka kerja teori APOS yang dikemukakan oleh Dubinsky dalam mengkonstruksi konsep matematika adalah sebagai berikut:

a. Aksi

Aksi adalah berupa pengulangan fisik atau manipulasi mental dengan mentransformasikan objek matematika melalui beberapa cara, atau aktivitas yang

mendasarkan pada beberapa algoritma secara eksplisit yang dirasakan terjadi dalam pikiran seseorang sebagai reaksi dari stimulus yang diterima subjek secara eksternal. Stimulus itu misalnya berupa melaksanakan tahapan-tahapan yang harus dilakukan. Jadi, kinerja dalam aksi berupa aktivitas prosedural.

Seseorang dikatakan mengalami suatu aksi, apabila orang tersebut memfokuskan proses mentalnya pada upaya untuk memahami suatu konsep yang diberikan. Seseorang yang memiliki pemahaman lebih mendalam tentang suatu konsep, mungkin akan melakukan aksi yang lebih baik atau bisa juga terjadi bahwa fokus perhatiannya keluar dari konsep yang diberikan sehingga aksi yang diharapkan tidak terjadi (Syaiful, 2013).

Misalnya dalam permasalahan lingkaran, ketika siswa dihadapkan dengan permasalahan untuk mencari nilai dari sebuah luas lingkaran jika diketahui nilai dari jari-jarinya, siswa dapat menyelesaikan permasalahan tersebut hanya secara prosedural sesuai dengan cara yang siswa tersebut pelajari. Aksi dilakukan oleh siswa jika hanya melakukan kegiatan mencari nilai luas lingkaran tertentu secara aktif dengan cara mengganti nilai ϕ dan jari-jari kemudian dioperasikan sampai mendapat hasilnya.

b. Proses

Ketika suatu aksi diulang-ulang dan siswa melakukan refleksi padanya, maka aksi ditransformasikan menjadi proses, yaitu konstruksi internal yang dibuat dengan melakukan aksi yang sama sekarang tidak diarahkan oleh stimulus dari luar. Transformasi dari suatu aksi merupakan perubahan aktivitas prosedural menuju konstruksi mental pada proses internal yang relatif untuk sederetan aksi

pada objek kognitif yang dapat dilakukan atau dibayangkan untuk dilakukan dalam pikiran tanpa mengerjakan tahapan-tahapan pekerjaan (Dubinsky, 2000; DeVries, 2001).

Siswa yang sudah mengkonstruksi proses suatu konsep dapat menguraikan (*de-encapsulation*) atau bahkan membalikkan langkah-langkah dari transformasi (*coordination reversal*) tanpa benar-benar melakukannya. Sebagai contoh, seorang siswa melakukan proses jika siswa tersebut sudah mampu menjelaskan cara menentukan luas daerah suatu lingkaran jika diketahui daerah yang diarsir dan jari-jarinya, walaupun siswa tersebut hanya dapat menggunakan salah satu metode penyelesaian.

c. Objek

Konsepsi tentang objek adalah suatu bentuk pemahaman terhadap suatu konsep matematika sebagai suatu penerapan dari aksi dan proses.

Seseorang dapat dikatakan telah memiliki sebuah konsepsi objek dari suatu konsep matematik ketika dia telah mampu menerapkan ide atau konsep tersebut sebagai sebuah objek kognitif yang mencakup kemampuan untuk melakukan aksi atas objek tersebut serta memberi alasan atau penjelasan tentang sifat-sifatnya. Selain itu, individu tersebut juga telah mampu melakukan penguraian kembali suatu objek menjadi proses sebagaimana asalnya pada saat sifat-sifat dari objek yang dimaksud akan digunakan (Syaiful, 2013).

Misalnya jika, seorang siswa dapat berfikir bahwa suatu lingkaran memiliki unsur-unsur didalamnya berdasarkan ciri-ciri dari unsur tersebut, dapat

mendefinisikan rumus yang sesuai dengan unsur-unsur yang terdapat didalamnya, maka siswa dapat berfikir tentang unsur-unsur lingkaran sebagai objek.

d. Skema

Skema merupakan struktur kognitif yang digunakan seseorang untuk mengadaptasi dan mengorganisasikan stimulus (pengetahuan) yang datang dari lingkungan (Hudojo, 2003). Secara sederhana, skema diibaratkan sebagai konsep-konsep atau kategori-kategori yang dipergunakan untuk mengidentifikasi dan mengklasifikasikan stimulus-stimulus (pengetahuan / informasi) yang datang dari luar (Nurdin, 2005). Misalnya, skema lingkaran seorang siswa, dapat dinyatakan melalui kemampuan siswa memecahkan masalah lingkaran pada kehidupan nyata dengan menghubungkan aksi, proses, dan objek..

2.2 Hasil Penelitian yang Relevan

Ardiantoro (2013), melakukan penelitian mengenai analisis tingkat pemahaman siswa berdasarkan teori APOS dalam mempelajari persamaan garis lurus ditinjau dari aktivitas belajar siswa SMP Negeri 6 Nganjuk. Pada penelitian ini, 1) tingkat pemahaman subjek dengan aktivitas belajar rendah berada pada tingkat pemahaman aksi, yaitu subjek hanya mengerjakan berdasarkan apa yang subjek tersebut ingat sesuai dengan contoh-contoh yang pernah diketahui, 2) subjek dengan aktivitas belajar sedang berada pada tingkat pemahaman proses, yaitu subjek mampu melihat pilihan titik mana yang dapat mempermudahnya dalam menyelesaikan permasalahan serta subjek mampu untuk memilih langkah untuk memudahkannya dalam menyelesaikan pekerjaannya meskipun cara yang digunakannya sama dengan

cara yang diajarkan oleh guru, dan 3) subjek dengan aktivitas belajar tinggi berada pada tingkat pemahaman objek, yaitu subjek telah mampu melihat adanya hubungan antara permasalahan persamaan garis lurus yang melalui sebuah titik dengan permasalahan persamaan garis lurus yang melalui sebuah titik dan bergradien tertentu.

Sedangkan penelitian yang dilakukan oleh Nurdin (2012) mengenai analisis pemahaman siswa tentang barisan berdasarkan teori APOS (*Action, Process, Object, and Scheme*) menunjukkan bahwa 1) pada tahap aksi, siswa hanya dapat menyatakan perbedaan antara suatu barisan dan barisan lainnya dengan memperhatikan pola dari beberapa suku pada barisan tersebut, 2) pada tahap proses, siswa dapat menjelaskan cara menentukan suku dari suatu barisan dengan memperhatikan pola beberapa suku pada suatu barisan dan siswa dapat menyatakan rumus suku ke- n dari suatu barisan serta menjelaskan cara penggunaan rumus tersebut untuk menentukan suku tertentu dari suatu barisan, 3) pada tahap objek, siswa sudah mengetahui ciri-ciri suatu barisan, dapat menyatakan definisi suatu barisan, dapat memberikan contoh dan bukan contoh suatu barisan, dan dapat menyatakan hubungan antara satu suku dan dengan suku lainnya pada suatu barisan, 4) pada tahap skema, siswa dapat mengkonstruksi suatu koordinasi yang mengaitkan aksi, proses, atau objek yang terpisah untuk menyelesaikan suatu soal aplikasi barisan serta dapat mengaitkan skema awal tentang barisan dengan skema fungsi.